

grafika jest z...
każda homografia prze...
Ćwiczenie 2.2.8
Wyznaczyć obrazy podanych zbiorów przy zadanej homografii:

a) prostej $\text{Im } z = \text{Re } z$, $w = \frac{z}{z+i}$;

b) okręgu $|z-i|=1$, $w = \frac{i}{z}$;

c) koła $|z| \leq 2$, $w = \frac{z}{z-1}$;

d) zbioru $\{z \in \mathbb{C} : |z| < 1, 0 < \arg z < \pi\}$, $w = \frac{1}{z}$.

Ćwiczenie 2.2.9
Wyznaczyć obrazy podanych zbiorów przy wskazanych odwzorowaniach:

a) $D = \{z \in \mathbb{C} : 1 \leq |z| \leq 2, -\frac{\pi}{4} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{3}\}$, $w = z^2$;

b) $D = \{z \in \mathbb{C} : \frac{1}{2} \leq |z| \leq 1, 0 \leq \arg z \leq \frac{\pi}{4}\}$, $w = (1+i)\bar{z}$;

c) $D = \{z \in \mathbb{C} : \sqrt{2} \leq |z| \leq \sqrt{3}, \frac{\pi}{6} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{2}\}$, $w = iz^2$;

d) $D = \{z \in \mathbb{C} : 0 \leq \text{Re } z \leq 2, 0 \leq \text{Im } z \leq \frac{\pi}{2}\}$, $w = e^z$;

e) $D = \{z \in \mathbb{C} : \frac{1}{e} \leq |z| \leq 1, -\frac{\pi}{2} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{2}\}$, $w = \log z$;

f*) $D_1 = \{z \in \mathbb{C} : \text{Re } z = \frac{\pi}{4}\}$, $D_2 = \{z \in \mathbb{C} : \text{Im } z = 2\}$, $w = \sin z$.

معادله

$$|z - i| = 1$$

$$w = \frac{z - i}{2}$$

$$z = i + 2w \Rightarrow z = i + 2w$$

$$|i + 2w - i| = 1$$

$$|2w| = 1$$

$$|w| = \frac{1}{2}$$

$$w = a + bi$$

$$|1 - i\omega| = \omega$$

$$|1 - a - bi| = |a + bi|$$

$$|1 - a + i(1 - b)| = |a + bi|$$

$$\sqrt{a^2 + |1 - b|^2} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\cancel{a^2} + |1 - b|^2 = \cancel{a^2} + b^2$$

$$1 - 2b + \cancel{b^2} = \cancel{b^2}$$

$$-2b = -1$$

$$b = \frac{1}{2}$$

Obwasser okregeju

jest punkt

$$b = \frac{1}{2}$$

